

Área: Estratégia | Tema: Gestão Estratégica Financeira

## ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS: MODELOS CLÁSSICOS E UMA APLICAÇÃO À FINANÇAS

## DATA ENVELOPMENT ANALYSIS: CLASSICAL MODELS AND AN APPLICATION TO FINANCE

Antonio Marcos Bezerra, Igor Bernardi Souza e Roberto Portes Ribeiro

### RESUMO

Diante do cenário de alta competitividade no qual as organizações estão inseridas, o monitoramento da sua eficiência relativa é de extrema importância para se alcançar as metas e os objetivos estratégicos. Levando em consideração que o cálculo e a análise da eficiência não são triviais, surgiu a necessidade da criação e desenvolvimento de técnicas para essas tarefas. Dentre as técnicas que surgiram com esse objetivo destaca-se a Análise Envoltória de Dados - DEA. Desde o surgimento do primeiro modelo DEA já houveram várias atualizações e aperfeiçoamento, o que possibilitou a popularização e ampliação das áreas de aplicação dessa técnica. Dessa forma, o principal objetivo deste trabalho foi apresentar os modelos clássicos da DEA, chamados CCR e BCC, e uma aplicação dessa técnica à Finanças. Para alcançar esse objetivo, foi realizado um levantamento na bibliografia especializada com relação aos modelos CCR e BCC, com suas características e peculiaridades. Na aplicação a finanças foram coletados os dados de inputs e outputs do sítio eletrônico da BOVESPA, posteriormente foi rodado os dados no DEA-Solver (LV8), utilizando o modelo BCC-O. Por fim, foram analisados os resultados e elencadas as conclusões.

**Palavras-Chave:** Análise Envoltória de Dados; Pesquisa Operacional; Modelos CCR e BCC.

### ABSTRACT

Given the highly competitive landscape in which organizations are embedded, monitoring their relative efficiency is extremely important to the achievement of strategic goals and objectives. Taking into account that the calculation and efficiency analysis are not trivial, the need arose for the creation and development of techniques for these tasks. Among the techniques that emerged with this objective, Data Envelopment Analysis (DEA) was the most outstanding. Since the appearance of the first DEA model, there have been several upgrades and improvements, which has made it possible to popularize and expand the application areas of this technique. Thus, the main objective of this work was to present the classical DEA models, called CCR and BCC, and an application of this technique to the Financial. To achieve this objective, a specialized bibliographic research was carried out on the CCR and BCC models, with their characteristics and peculiarities. In the financial application, the BOVESPA site's input and output data were collected, and data were then run on the DEA-Solver (LV8) using the BCC-O model. Finally, the results were analyzed and conclusions drawn.

**Keywords:** Data Envelopment Analysis; Operational Research; Models CCR e BCC

**Eixo temático: Estratégia**

## **ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS: MODELOS CLÁSSICOS E UMA APLICAÇÃO À FINANÇAS**

### **DATA ENVELOPMENT ANALYSIS: CLASSICAL MODELS AND AN APPLICATION TO FINANCE**

#### **RESUMO**

Diante do cenário de alta competitividade no qual as organizações estão inseridas, o monitoramento da sua eficiência relativa é de extrema importância para se alcançar as metas e os objetivos estratégicos. Levando em consideração que o cálculo e a análise da eficiência não são triviais, surgiu a necessidade da criação e desenvolvimento de técnicas para essas tarefas. Dentre as técnicas que surgiram com esse objetivo destaca-se a Análise Envoltória de Dados – DEA. Desde o surgimento do primeiro modelo DEA já houveram várias atualizações e aperfeiçoamento, o que possibilitou a popularização e ampliação das áreas de aplicação dessa técnica. Dessa forma, o principal objetivo deste trabalho foi apresentar os modelos clássicos da DEA, chamados CCR e BCC, e uma aplicação dessa técnica à Finanças. Para alcançar esse objetivo, foi realizado um levantamento na bibliografia especializada com relação aos modelos CCR e BCC, com suas características e peculiaridades. Na aplicação a finanças foram coletados os dados de *inputs* e *outputs* do sítio eletrônico da BOVESPA, posteriormente foi rodado os dados no DEA-Solver (LV8), utilizando o modelo BCC-O. Por fim, foram analisados os resultados e elencadas as conclusões.

**Palavras-Chave:** Análise Envoltória de Dados; Pesquisa Operacional; Modelos CCR e BCC.

#### **ABSTRACT**

Given the highly competitive landscape in which organizations are embedded, monitoring their relative efficiency is extremely important to the achievement of strategic goals and objectives. Taking into account that the calculation and efficiency analysis are not trivial, the need arose for the creation and development of techniques for these tasks. Among the techniques that emerged with this objective, Data Envelopment Analysis (DEA) was the most outstanding. Since the appearance of the first DEA model, there have been several upgrades and improvements, which has made it possible to popularize and expand the application areas of this technique. Thus, the main objective of this work was to present the classical DEA models, called CCR and BCC, and an application of this technique to the Financial. To achieve this objective, a specialized bibliographic research was carried out on the CCR and BCC models, with their characteristics and peculiarities. In the financial application, the BOVESPA site's input and output data were collected, and data were then run on the DEA-Solver (LV8) using the BCC-O model. Finally, the results were analyzed and conclusions drawn.

**Key Words:** Data Envelopment Analysis; Operational Research; Models CCR e BCC.

#### **1 INTRODUÇÃO**

Diante do cenário de alta competitividade no qual as organizações estão inseridas, o monitoramento da sua eficiência relativa é de extrema importância para se alcançar as metas e

os objetivos estratégicos. Levando em consideração que o cálculo e a análise da eficiência não são triviais, surgiu a necessidade da criação e desenvolvimento de técnicas para essas tarefas.

Sendo assim, a Análise Envoltória de Dados, do inglês *Data Envelopment Analysis* – DEA, surge como uma ferramenta importante, pertencente à Pesquisa Operacional, para auxiliar os gestores na árdua tarefa de tomar as melhores decisões em um ambiente extremamente competitivo, pois mostrou mais adequado como ferramenta de apoio gerencial do que a abordagem paramétrica tradicional. De acordo com Mariano et. al. (2006), a DEA é um assunto de suma importância para o atual contexto competitivo no qual as empresas estão inseridas, pois ela auxilia a tomada de decisão, com o objetivo de alcançar a eficiência.

Dessa forma, foi necessário o estudo de formas e maneiras de medir e analisar a eficiência de organizações (públicas e privadas). A origem desse assunto nos remete a década de cinquenta do século passado com os trabalhos de Koopmans (1951) que buscou criar um índice de eficiência, Debreu (1951) e Farrel (1957) com o desenvolvimento de técnicas não paramétricas para avaliar se um plano de operação é eficiente.

Partindo do trabalho de Farrel (1957), Charnes (1978) realizou um estudo da eficiência de escolas públicas no Estados Unidos da América, em sua tese. No mesmo ano Charnes, Cooper e Rhodes generalizaram o estudo de Farrel tornando capaz de trabalhar com múltiplos insumos e múltiplos resultados, bem como, um indicador que fosse compatível com o conceito de eficiência de Koopmans. Foi essa generalização que gerou uma técnica de construção de fronteiras de produção e indicadores de eficiência produtiva que ficou conhecida como Análise Envoltória de Dados – DEA.

Sendo assim, temos uma definição para a Análise Envoltória de Dados – DEA: é uma técnica não paramétrica que utiliza a programação matemática para gerar fronteiras de produção de unidades produtivas que combinam tecnologias com múltiplos insumos para obter múltiplos produtos.

Essas fronteiras são utilizadas para avaliar a eficiência relativa das operações das unidades produtivas, e servem, para verificar qual unidade produtiva é mais eficiente e o que as consideradas ineficientes precisam fazer para se tornarem eficiente também. Essa técnica pode ser utilizada em organizações que não visam lucro bem como naquelas que visam lucro, mas não têm os preços fixados nem dos seus insumos nem dos seus produtos.

No Brasil a DEA começou a ser utilizada por volta de meados da década de 90 do século XX com aplicações para mensurar e analisar departamentos de ensino na Universidade Federal de Santa Catarina. De lá para cá ela tem sido aplicada a diversas áreas, como por exemplo, saúde, indústria, prefeituras, finanças etc.

O presente trabalho está estruturado da seguinte forma: além desta introdução temos a seção 2 que apresenta a DEA com suas premissas, características e dos dois modelos básicos CCR e BBC, na parte 3 temos uma aplicação à Finanças das empresas de capital aberto do setor energético brasileiro. Por fim, temos a seção 4 onde elencamos as principais conclusões bem como as limitações e sugestão para novos estudos.

## **2 DEA: PREMISSAS BÁSICAS**

De acordo com Façanha e Marinho (2001), a DEA é uma técnica de programação matemática capaz de avaliar organizações complexas a partir da comparação da sua eficiência relativa, explicitada na fronteira de eficiência.

Já para Mariano et. al. (2006), a DEA é técnica oriunda da Pesquisa Operacional, que busca de forma eficaz realizar o cálculo da eficiência relativa, se baseando em um modelo de programação linear, que após sistematizado é resolvido pelas ferramentas computacionais que estão a nossa disposição atualmente.

Para Miranda (2015), a Análise Envoltória de Dados – DEA é uma técnica não-paramétrica que emprega programação matemática para a medida de eficiência relativa entre unidades tomadoras de decisão (*Decision Making Units - DMU*).

Esse mesmo autor define Eficiência como sendo a comparação entre o que foi produzido e o que poderia ter sido produzido com a mesma quantidade de recursos, é um conceito relativo. Já Unidade Tomadora de Decisão, do inglês *Decision Making Unit – DMU*, são todas as unidades que produzem produtos ou resultados. Os *inputs* são os insumos utilizados para produzir os *outputs*, que são os produtos ou resultados. O *Benchmarking* é o processo contínuo e sistemático de avaliação de empresas e serviços através de sua comparação com unidades consideradas eficientes.

Quanto ao Retorno de escala, Souza (2008) o define como o quanto um aumento proporcional em todos os *inputs* implica em um aumento no *output*, eles podem ser classificados em crescente, constante e decrescente, de forma resumida no quadro 1.

Quadro 1 – Retorno de escala: representação algébrica e elasticidade da produção

Retornos de escala	Definição ( $\alpha > 1$ )	Elasticidade da produção (e)
Crescente	$f(\alpha x_1, \alpha x_2) > \alpha f(x_1, x_2)$	$> 1$
Constante	$f(\alpha x_1, \alpha x_2) = \alpha f(x_1, x_2)$	$= 1$
Decrescente	$f(\alpha x_1, \alpha x_2) < \alpha f(x_1, x_2)$	$< 1$

Fonte: Elaboração própria, adaptado de SOUZA (2008).

Para Jubran (2006), a Pesquisa Operacional é uma disciplina que tem por objetivo resolver de forma eficiente problemas de administração das organizações, empregando métodos científicos como os aplicados na Programação Linear, que por sua vez é a disciplina mais aplicada em Pesquisa Operacional porque tem como principal objetivo otimizar problemas em que apareçam várias opções de escolha sujeitas a algum tipo de restrição.

A aplicação da DEA tem se intensificado nos últimos trinta anos dado uma grande quantidade de vantagens e isso tem proporcionado a aplicação dessa técnica em aproximadamente 27 ramos de atividades humanas, como por exemplo, organizações públicas e privadas, que visam lucro e que não visam lucro, na área da educação, saúde, finanças, transporte, etc.

No quadro 2 expomos as vantagens e desvantagens da técnica DEA, de acordo com os autores: Lopes (1998), Shimonishi (2005) e Moita (2002).

Quadro 2 - Vantagens e Desvantagens da técnica DEA

Vantagens	Desvantagens
Método foca nas observações individuais	A técnica DEA apresenta alta flexibilidade para a escolha dos pesos o que permite que eles recebam o peso zero, dessa forma o insumo que receber este peso torna-se sem propósito no processo produtivo
Uso de múltiplos insumos e produtos de diferentes unidades de medidas	
Produz para cada DMU uma medida de eficiência técnica	
Não exige conhecimento antecipado das taxas de substituição e de troca	
Produz estimativas específicas para as mudanças em insumos e produtos projetando na fronteira de eficiência	A presença de <i>outliers</i> pode ocasionar a produção de uma fronteira de eficiência falsa por conta da medida extravagante e que se afasta muito do comportamento médio
É Pareto ótimo ou Eficiência de Pareto	
Tem seu foco na fronteira de melhor prática revelada	
Comparação entre o melhor desempenho alcançado em detrimento de comparar com padrões ideais	
Permite que cada DMU encontre o conjunto de pesos adequados com as suas especificações	É o fato de uma DMU poder a vir se tornar eficiente pela possibilidade de encontrar uma combinação e pesos que a coloque na fronteira de eficiência, mas ela não é eficiente na realidade (apenas por essa combinação encontrada utilizando a técnica DEA).
Apresenta modelos eficientes de organizações que podem representar <i>benchmarking</i> para as outras	
Determina as fontes de eficiência e ineficiência, permitindo decompor as fontes de eficiência técnica e de alocação	

Fonte: Elaboração próprio, adaptado de Miranda (2015).

A técnica DEA tem se desenvolvido nos últimos 30 anos e se mostrou como uma excelente ferramenta para o cálculo e análise da eficiência, se tornando uma ferramenta gerencial imprescindível para os gestores dado o ambiente extremamente competitivo no qual as organizações estão inseridas.

## 2.1 ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS: MODELOS CLÁSSICOS CCR E BBC

Partindo de que a DEA é uma ferramenta analítica que tem como objetivo apontar as melhores práticas no uso de *inputs* (insumos ou entradas), para maximizar os *outputs* (produtos/resultados ou saídas). Essa técnica é baseada em Programação Linear e nos entrega: i) a fronteira de eficiência de um grupo de organizações (DMUs); e ii) um conjunto de comparações entre os *inputs* e os *outputs* (JUBRAN, 2006).

Ainda de acordo com esse autor, a DEA também tem por objetivo medir a eficiência individual em relação a um grupo de DMUs, a partir daí construir uma fronteira de eficiência levando em consideração as unidades mais eficientes, após isso faz a comparação das unidades consideradas ineficientes, as que ficarem abaixo da fronteira de eficiência encontrada.

No decorrer dos últimos quarenta anos foram desenvolvidos alguns modelos de DEA, os mais recentes incorporam melhorias e características específicas para aplicações particulares, mas nesse trabalho iremos apresentar apenas os modelos clássicos, quais sejam: o CCR e o BCC. A principal diferença entre todos os modelos matemáticos de DEA reside no formato geométrico da fronteira de eficiência e ao tipo de retorno de escala.

Há dois modelos clássicos de DEA, o primeiro deles é chamado de CCR, em homenagem aos autores que o desenvolveram Charnes, Cooper e Rhodes (1978), ou também conhecido como modelo de retornos constantes de escala, do inglês *Constant Returns to Scale* - CRS. Já o segundo modelo foi desenvolvido a partir do primeiro pelos autores Banker, Charnes e Cooper (1984), foi chamado de BCC em homenagem aos seus criadores, é também conhecido como modelo de retornos variáveis de escala, do inglês *Variant Returns to Scale* - VRS. O presente trabalho irá focar apenas nesses modelos clássicos da técnica DEA, descrevendo de forma resumida, mas sem perder o rigor matemático, as características, semelhanças e diferenças.

Originalmente o modelo CCR, uma expansão do modelo de Farrel (1957) para múltiplos *inputs* e múltiplos *outputs*, se apresentou como uma nova abordagem não paramétrica utilizada para mensurar e analisar a eficiência de DMUs através de um modelo de programação matemática fracionário, que se mostrou sem aplicação prática uma vez que apresentava infinitas soluções.

Para resolução desse problema os autores transformaram o modelo matemático de programação fracionário em um modelo de programação linear representado na figura 1, ou seja, o modelo CCR.

Figura 1 – Problema de programação linear do modelo CCR

$$\max h_0 = \sum_{r=1}^s u_r y_{r0}$$

s.a.:

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0 \quad j = 1, \dots, n$$

$$u_r, v_i \geq 0;$$

Fonte: Paiva Junior (2000).

O modelo BCC derivou do modelo anterior apenas acrescentando uma restrição, conforme ilustrado na figura 2.

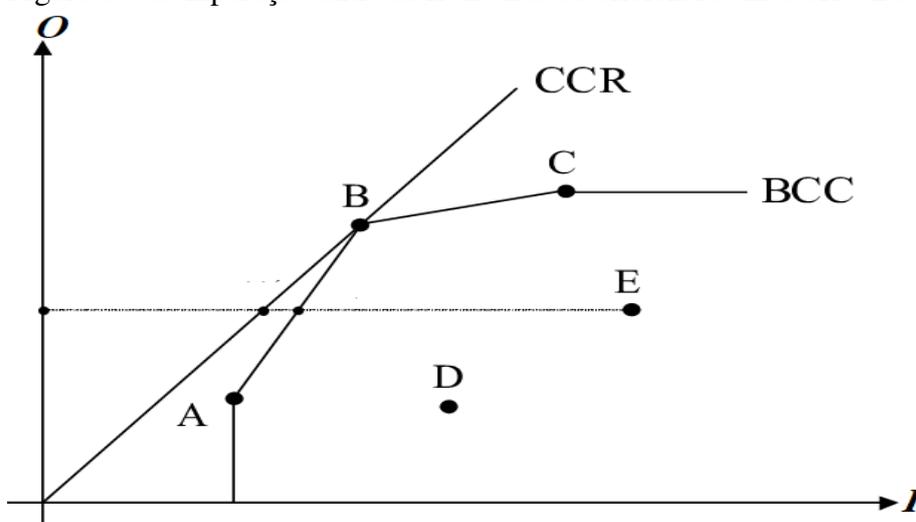
Figura 2 – Problema de programação linear do modelo BCC

$$\begin{aligned} & \text{Min } h_o \\ & \text{s. a.:} \\ & h_o x_{io} - \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k \geq 0, \forall i \\ & -y_{jo} + \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k \geq 0, \forall j \\ & \sum_{k=1}^n \lambda_k = 1 \\ & \lambda_k \geq 0, \forall k \end{aligned}$$

Fonte: Paiva Junior (2000).

A principal diferença entre o modelo CCR e o BCC reside no fato do primeiro não levar em consideração a variação de escala, hipótese da proporcionalidade, entre as DMUs enquanto que o segundo incorpora a variação de escala, hipótese de convexidade, e também no formato geométrico da fronteira de eficiência, enquanto no primeiro é uma reta que parte da origem formando um ângulo de 45° o segundo apresenta uma fronteira linear por partes (formando uma região convexa), conforme está representado na figura 3.

Figura 3 – Comparação entre as fronteiras de eficiência em CCR e BCC



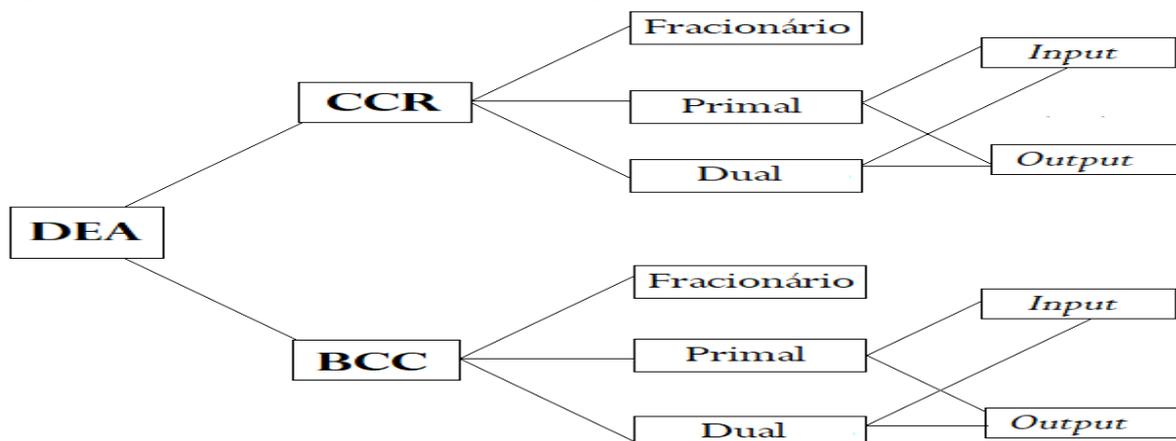
Fonte: Soares Mello (2004).

Por consequência do tipo de retorno de escala têm-se que os modelos CCR e BCC calculam diferentes tipos de eficiência, ou seja, enquanto o CCR calcula a eficiência total, que compara uma DMU com todas as suas concorrentes o modelo BCC, por sua vez, calcula a eficiência técnica, que compara uma DMU apenas com aquelas concorrentes que operam em escala semelhante (MARIANO et. al., 2006).

Vale ressaltar que a eficiência total é composta de dois componentes, quais sejam: eficiência técnica e eficiência de escala. A eficiência de escala pode ser encontrada pelo quociente entre a eficiência total e a eficiência técnica (MARIANO et. al., 2006).

Dentro dos dois modelos clássicos de DEA nós observamos algumas modelagens que se diferenciam entre si basicamente em relação a orientação, podem ser orientadas aos *inputs* ou aos *outputs*. Além da orientação das modelagens nós podemos ter, em consequência do princípio da dualidade que garante que a cada problema primal nós temos um problema dual associado, uma classificação resumida na figura 4.

Figura 4 – Classificação de modelos e modelagens da DEA



Fonte: Adaptado de Mariano et. al. (2006).

Ainda comparando os modelos temos que o modelo BCC derivou do CCR por acrescentar uma restrição a mais, qual seja, a restrição de convexidade. Sendo assim, como consequência temos que o número de DMUs eficientes pelo modelo BCC é maior ou igual ao número de DMUs eficientes pelo modelo CCR, ou seja, pelo primeiro modelo obtemos apenas as DMUs tecnicamente eficientes enquanto pelo segundo modelo encontramos as totalmente eficientes.

Para que uma DMU seja considerada eficiente ele precisa apresentar o valor 1, pois o intervalo que ela pode ocupar é  $[0,1]$ , e em consequência qualquer DMU que apresentar um resultado menor que 1 será considerada ineficiente.

Vale ressaltar que de acordo com a orientação para os *inputs* ou *outputs* o resultado pode mudar, somente no caso do modelo BCC, já que no modelo CCR a fronteira de eficiência é uma reta o resultado será sempre igual independente da orientação do modelo. As propriedades mais importantes dos dois modelos estão representadas no quadro 3.

Quadro 3 – Principais propriedades dos modelos CCR e BCC

Técnica	Modelos	Hipóteses	Tipo de Eficiência	Forma da Fronteira	Resultado da modelagem	Informações Adicionais
DEA	CCR	Retorno Constante	Eficiência Total	Reta de 45°	Eficiências são iguais	Utilidades Metas e <i>Benchmarks</i>
	BCC	Retorno Variável	Eficiência Técnica	Linear por partes	Eficiências são diferentes	Utilidades Metas e <i>Benchmarks</i>

Fonte: Adaptado Mariano et. al. (2006).

Em resumo, além de todos os cuidados já mencionados anteriormente na hora da escolha do modelo e da orientação precisamos obedecer ao número mínimo de DMUs que deve ser obrigatoriamente maior do que a soma do número de *inputs* e do número de *outputs*, mas quanto maior o número de DMUs mais confiável a análise.

### 3 APLICAÇÃO À FINANÇAS: EMPRESAS DO SETOR ENERGÉTICO BRASILEIRO

#### 3.1 MATERIAL E MÉTODO

A nossa aplicação se enquadra como um experimento em finanças realizado com dados reais secundários, coletados de empresas de capital aberto, com ações negociadas na BOVESPA no ano de 2017, do setor energético brasileiro. Foram excluídas todas as empresas com dados faltantes, bem como aquelas que pelos menos um *input* ou *output* apresentou resultado negativo,

pois a técnica DEA não aceita dados faltantes nem *inputs* ou *outputs* negativos. Para a obtenção dos resultados foi utilizado o software DEA-Solver (LV8).

A seleção das variáveis seguiu os critérios de escolha que recomenda a bibliografia especializada em avaliação de indicadores financeiros de organizações, ficando definido uma quantidade de 3 *inputs* e 4 *outputs* e um número de 28 DMUs, logo obedecemos ao número mínimo de DMUs para a aplicação da técnica DEA para que a análise seja confiável.

O primeiro *input* é o **CAPEX** (do inglês *capital expenditure*): é as despesas de capital ou investimentos em bens de capital, e representa o montante despendido na aquisição ou melhorias de bens de capital realizados por uma organização. No caso do presente trabalho foi calculado o quociente entre os gastos com investimentos de Capital e o Ativo Total para acompanhar a mesma escala dos demais *inputs*.

Já o segundo *input* é a Alavancagem (**Alav**): é a capacidade de usar os recursos de terceiros para obter retornos maiores para os acionistas, quotistas ou titular. No presente trabalho temos a Alavancagem definida como o quociente entre o Passivo (capital de terceiros) e o Capital Próprio.

O terceiro e último *input* é a Tangibilidade (**Tang**): é a capacidade de transformar os Ativos Fixos em renda para honrar os compromissos da empresa, como consequência ela consegue financiamentos pagando juros menores e prazos maiores. Nesse trabalho a Tangibilidade está definida como o quociente entre os Ativos Fixos e o Ativo Total.

Para a nosso primeiro *output* **ROA** (do inglês *return on total assets*): é o retorno sobre o ativo total, ele mede a eficácia geral da administração na geração de lucros, quanto mais elevado o retorno melhor estará a empresa. No presente trabalho foi calculado pelo quociente entre o Resultado Operacional (lucro disponível para os acionistas ordinários) e o Ativo Total.

No caso do segundo *output* **ROE** (do inglês *return on common equity*): é o retorno sobre o capital próprio, ele mede o retorno obtido sobre o investimento feito pelos acionistas ordinários na empresa, quanto maior melhor para os proprietários. Foi calculado como o quociente entre o Lucro líquido e o Patrimônio Líquido.

O terceiro *output* é o **LAT** (log do Ativo Total): o **Ativo Total** é a soma de todos os ativos de uma empresa, bens e direitos. Os ativos são utilizados para gerar mais riqueza para a empresa, quanto maior o Ativo Total melhor para ela. No presente trabalho foi utilizado o Log para suavizar a diferença com os outros *inputs* e *outputs* uma vez que estes foram expressos por um quociente enquanto aquele foi expresso em número absoluto.

Por último, o nosso quarto *output* **LPL** (log do Patrimônio Líquido): o **Patrimônio Líquido** - PL é a diferença entre o Ativo e o Passivo de uma empresa, ele representa o valor contábil da empresa, quanto maior o PL de uma empresa maior é o seu valor contábil. No presente trabalho foi utilizado o Log para suavizar a diferença com os outros *inputs* e *outputs* uma vez que estes foram expressos por um quociente enquanto aquele foi expresso em número absoluto.

Após a descrição e explicação de todos os *inputs* e *outputs* utilizados no presente trabalho, quais sejam: Capex, Alav, Tang, como *inputs* e ROA, ROE, LAT e LPL como *outputs*. Temos todos os valores expostos na tabela 1.

Tabela 1 – Dados coletados para o estudo de caso

<b>Empresas</b>	<b>(I)Capex</b>	<b>(I)Alav</b>	<b>(I)Tang</b>	<b>(O)ROA</b>	<b>(O)ROE</b>	<b>(O)LAT</b>	<b>(O)LPL</b>
Eletrpar	0,56156	0,173881	0,033821	0,120758	0,19508	12,40226	12,2112
Copasa	2,4E-05	0,422355	0,209656	0,058412	0,08975	16,19598	15,6472
Taesa	0,2211	0,460255	0,024098	0,075896	0,14911	15,90178	15,2851
Ceee-Gt	0,07715	0,505181	0,220072	0,053404	0,1675	15,36863	14,6651
Eneva	0,03874	0,507129	0,429766	0,042711	0,01746	16,20495	15,4974
Alupar	0,02961	0,510895	0,410372	0,061646	0,12587	16,25467	15,5395
CopelB	0,07752	0,532286	0,27263	0,042618	0,0721	17,31693	16,557

Omega Ger	0,0075	0,536451	0,503054	0,039322	0,06248	15,17797	14,4091
Energias BR	0,07411	0,561451	0,352783	0,050985	0,07616	16,84119	16,0169
Neoenergia	0,05348	0,629383	0,245878	0,033151	0,02893	17,5559	16,5633
Engie Brasil	0,00097	0,650728	0,45933	0,096131	0,29329	16,78943	15,7375
Cemig	0,18448	0,660742	0,13092	0,041288	0,06989	17,55887	16,4779
Equatorial	0,02413	0,67132	0,363356	0,053225	0,20965	16,67705	15,5644
Energisa Mt	0,00105	0,696013	0,122252	0,035789	0,00265	15,59343	14,4027
Bandeirante Ener	0,00042	0,699349	0,195477	0,058161	0,17554	15,1178	13,916
Celpe	0,00176	0,699552	0,256234	0,05605	0,23755	15,96683	14,7644
Cosern	0,00033	0,702516	0,218328	0,067526	0,22087	14,86825	13,6559
EnersulB	0,00018	0,713213	0,11997	0,046361	0,1066	14,86173	13,6127
Rede Ener	0,00217	0,72292	0,101238	0,03215	0,02829	16,51856	15,2351
CPFL Ener	0,02426	0,729032	0,280047	0,053305	0,11112	17,53596	16,2302
CPFL Ger	0,05833	0,738004	0,405396	0,063685	0,14354	16,65862	15,3192
Coelba	0,00041	0,747828	0,13581	0,036213	0,05593	16,34552	14,9679
CelpeA	0,00022	0,769719	0,165612	0,034274	0,03668	15,71403	14,2456
Light S/A	0,03586	0,770327	0,226517	0,051878	0,03619	16,51989	15,0488
CebA	0,16483	0,770583	0,150962	0,043903	0,21241	15,10669	13,6345
Escelsa	0,00025	0,779264	0,182894	0,053857	0,16235	15,09298	13,5822
Energisa	0,00223	0,782999	0,120374	0,037265	0,11967	16,90875	15,3809
Celesc	0,02389	0,796668	0,182307	0,022232	0,03609	16,01941	14,4265

Fonte: Elaboração própria com dados coletados do sítio eletrônico da BOVESPA.

### 3.2 RESULTADOS

Dado a grande variedade de empresas, em suas características, que fazem parte da amostra utilizada neste trabalho, levando em consideração também a diferença no porte de cada uma, optamos por escolher o modelo BCC, que tem a hipótese de retorno variável de escala, com orientação para os *outputs*, que significa que as empresas pretendem manter o mesmo nível dos *outputs* e, para alcançar a eficiência devem alterar os *inputs*.

Vamos apresentar agora o resultado do modelo escolhido para o nosso trabalho, o modelo BCC-O, dado as características das DMUs analisadas, utilizando o software DEA-Solver (LV8), conforme disposto na figura 5.

Figura 5 - Ranking e dados estatísticos do modelo BCC-O

Modelo = BCC-O				Folga						
No.	DMU	Eficiência	Rank	Capex	Alav	Tang	ROA	ROE	LAT	LPL
1	Eletropar	1	1	0	0	0	0	0	0	0
2	Copasa	1	1	0	0	0	0	0	0	0
3	TaesA	1	1	0	0	0	0	0	0	0
4	Ceee-Gt	0,9739	23	0	0	0	0,016	0	0,037	0
5	Eneva	0,9595	26	0	0	0,19	0,003	0,052	0	0,015
6	Alupar	0,9753	21	0,007	0	0,12	0	0,006	0,002	0
7	CopelB	1	1	0	0	0	0	0	0	0
8	Omega Ger	0,9111	28	0	0	0,249	0,017	0,046	0	0,019
9	Energias BR	0,977	20	0,012	0	0,048	0	0,033	0	0,009
10	Neoenergia	1	1	0	0	0	0	0	0	0
11	Engie Brasil	1	1	0	0	0	0	0	0	0

12	Cemig	1	1	0	0	0	0	0	0	0
13	Equatorial	0,9785	19	0	0	0	0,022	0	0	0,011
14	Energisa Mt	0,9808	18	0	0	0	0,003	0,062	0,005	0
15	Bandeirante Ener	0,9893	17	0	0,003	0	0,001	0	0	0
16	Celpe	1	1	0	0	0	0	0	0	0
17	Cosern	1	1	0	0	0	0	0	0	0
18	EnersulB	1	1	0	0	0	0	0	0	0
19	Rede Energia	1	1	0	0	0	0	0	0	0
20	CPFL Energia	1	1	0	0	0	0	0	0	0
21	CPFL Ger	0,9623	24	0,041	0,033	0,071	0	0,017	0	0,162
22	Coelba	1	1	0	0	0	0	0	0	0
23	CelpeA	0,9742	22	0	0,164	0	0,012	0,038	0	0,496
24	Light S/A	0,9616	25	0	0,058	0	0	0,09	0	0,248
25	CebA	1	1	0	0	0	0	0	0	0
26	Escelsa	1	1	0	0	0	0	0	0	0
27	Energisa	1	1	0	0	0	0	0	0	0
28	Celesc	0,9307	27	0	0,078	0	0,013	0,045	0	0,409
		Score	Rank	Capex	Alav	Tang	ROA	ROE	LAT	LPL
	Média	0,9848	10,214	0,0021	0,012	0,0242	0,0031	0,0139	0,0016	0,0489
	Máximo	1	28	0,041	0,164	0,249	0,022	0,09	0,037	0,496
	Mínimo	0,9111	1	0	0	0	0	0	0	0
	Desvio-padrão	0,0229	11,077	0,008	0,0352	0,0619	0,0064	0,0245	0,007	0,1269

Fonte: Elaboração próprio com dados rodados por DEA-Solver (LV8).

O modelo BCC-O nos fornece mais informações, pois ele entrega as DMUs com suas respectivas escalas de operação, classificadas em: retornos crescentes, retornos constantes e retornos decrescentes. Esse resultado está expresso na figura 6.

Figura 6 – Retornos de escala de cada DMU fornecido pelo modelo BCC-O

Modelo = BCC-O			
No.	DMU	Score	Retorno de escala projetado por DMU
1	Eletropar	1	Constante
2	Copasa	1	Constante
3	Taesa	1	Constante
4	Ceee-Gt	0,9739	Crescente
5	Eneva	0,9595	Decrescente
6	Alupar	0,9753	Decrescente
7	CopelB	1	Decrescente
8	Omega Ger	0,9111	Decrescente
9	Energias BR	0,977	Decrescente
10	Neoenergia	1	Decrescente
11	Engie Brasil	1	Constante
12	Cemig	1	Decrescente
13	Equatorial	0,9785	Decrescente
14	Energisa Mt	0,9808	Decrescente
15	Bandeirante Ener	0,9893	Decrescente
16	Celpe	1	Constante
17	Cosern	1	Constante
18	EnersulB	1	Constante

19	Rede Energia	1	Constante
20	CPFL Energia	1	Decrescente
21	CPFL Ger	0,9623	Decrescente
22	Coelba	1	Decrescente
23	CelpeA	0,9742	Decrescente
24	Light S/A	0,9616	Decrescente
25	CebA	1	Decrescente
26	Escelsa	1	Decrescente
27	Energisa	1	Constante
28	Celesc	0,9307	Decrescente

Fonte: Elaboração próprio com dados rodados por DEA-Solver (LV8).

No modelo adotado devemos interpretar as folgas nos *outputs* como o quanto falta para cada DMU atingir a fronteira de eficiência, já no caso dos *inputs* significa o quanto eles precisam aumentar para maximizar os *outputs* e, assim, aquela DMU se tornar eficiente.

Olhando agora para os resultados do modelo escolhido para o presente trabalho, dado as características das DMUs analisadas, BCC-O, que leva em consideração a hipótese de retornos variáveis de escala, temos que o número de DMUs consideradas eficientes foi de 16, maior do que com o modelo CCR-O que só tinha entregue 9 DMUs eficientes, corroborando com o que a teoria prevê, que o número de DMUs eficientes pelo modelo BCC é sempre maior ou igual que pelo modelo CRR. Isso aconteceu porque as DMUs são comparadas somente entre aquelas que têm o mesmo retorno de escala.

Vale ressaltar que pelo modelo BCC-O temos um aumento da média de eficiência dentro do conjunto das 28 DMUs, que subiu para 0,9848 ou 98,48%. Além disso temos como eficiência mínima 0,9111 ou 91,11% encontrado na DMU N° 8. Portanto, ficou claro que com o modelo BCC-O todas as DMUs estão com o nível de eficiência acima de 0,9000 ou 90,00%, significa que elas podem alcançar o *Benchmarking* com mudanças a curto ou médio prazo.

Outro resultado importante que o modelo BCC-O nos oferece é a projeção das respectivas escalas de cada DMU, onde há somente a DMU N° 4 que apresentou retorno crescente de escala, as DMUs de N° 1, 2, 3, 11, 16, 17, 18, 19 e 27 apresentaram retorno constante de escala e as DMUs de N° 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 14, 15, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26 e 28 apresentaram retorno decrescente de escala.

Portanto, o modelo BCC mostrou-se mais adequado para a aplicação do presente trabalho, tendo em vista a grande diversidade de característica das DMUs que compõem o grupo analisado.

#### 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A DEA é uma ferramenta analítica, classificada como uma técnica não paramétrica, abrigada na Pesquisa Operacional, que usa programação matemática para construir fronteira de eficiência, medindo e analisando a eficiência de unidades produtivas (organizações com e sem fins lucrativos), que usa múltiplos *inputs* e tecnologias para produção de múltiplos *outputs* ou resultados.

O modelo BCC-O se mostrou adequado pois as DMUs apresentaram retornos diferentes de escala como consta na figura 6, apenas uma apresentou retorno crescente, nove apresentaram retorno constante e dezoito retorno decrescente de escala.

A Eletropar ficou em primeiro no ranking de eficiência, mas tiveram mais 15 empresas (DMUs) que foram consideradas eficientes e somente 12 foram consideradas ineficientes. Merece destaque para o nível de eficiência alcançado com o modelo BCC-O pois todas as

empresas se apresentaram com um nível de eficiência acima de 90%, significa que elas podem implementar mudanças a curto e médio prazos para se tornarem eficientes.

Como limitação temos que não fazia parte do escopo deste trabalho aplicar os modelos avançados da DEA, os quais dariam mais informações, como por exemplo, um poder de discriminação maior do que o que encontramos. Como sugestão para próximos estudos poderia ser aplicado os modelos avançados e comparar os resultados alcançados bem como ampliar o número de DMUs e os anos analisados.

## REFERÊNCIAS

BANKER, R. D.; CHARNES, A.; COOPER, W. W. **Some models for estimating technical and scale inefficiencies in Data Envelopment Analysis**. *Management Science* n. 30, p. 1078-1092, 1984.

CHARNES, A.; COOPER, W. W.; RHODES, E. L. **Measuring the efficiency of decision making units**. *European Journal of Operational Research* n. 2, p. 429-444, 1978.

DEBREU, G. The coefficient of resource utilization. **Journal of Econometric Society**, v. 19, n. 3, 1951.

FAÇANHA, L. O.; MARINHO, A. **IPEA**. Texto para discussão n. 813, 2001.

FARREL, M. J. The measurement of productive efficiency. **Journal of the Royal Statistic Society**, series A, n. 3, p. 253-290, 1957.

JUBRAN, A. J. **Modelo de análise de eficiência na administração pública: estudo aplicado às prefeituras brasileiras usando a análise envoltória de dados**. São Paulo. 224p. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Universidade de São Paulo, 2006.

GITMAN, L. J. **Princípios de administração financeira**. 12. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

KOOPMANS, T. C. Na analysis of production as na eficiente combination of activities. in: Wiley, jone. *Activity analysis of production and allocation*. **New York Cowles Comission for Reaserch in Economics**, 1951.

LOPES, A. L. M. **Um modelo de análise envoltória de dados e conjuntos difusos para avaliação cruzada de produtividade e qualidade de departamentos**. Florianópolis. Tese (Doutorado). Engenharia de Produção. Universidade Federal de Santa Catarina, 1998.

MARIANO, B. E.; ALMEIDA, M. R.; REBELATTO, D. A. N. **Peculiaridades da Análise por Envoltória de Dados**. In: XII SIMPÓSIO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO (SIMPEP 2006), Universidade Estadual Paulista – UNESP, 2006, Anais.

MIRANDA, M. G. **Análise da Eficiência de Unidades de Negócio do Varejo Utilizando DEA**. Fortaleza. 80p. Dissertação (Mestrado Profissional) – Centro de Ciências e Tecnologia. Universidade Estadual do Ceará, 2015.

MOITA, M. H. V. **Um modelo de avaliação de eficiência técnica de professores universitários utilizando análise envoltória de dados: o caso dos professores da Área de**

Engenharia. Florianópolis. Tese (Doutorado). Engenharia de Produção. Universidade Federal de Santa Catarina, 2002.

PAIVA JUNIOR, H. **Avaliação de desempenho de ferrovias utilizando a abordagem integrada DEA/AHP**. Campinas. 178p. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Civil. Universidade Estadual de Campinas, 2000.

SIMONISHI, M. L. S. **Análise envoltória de dados aplicada na avaliação do emprego de recursos humanos dos centros municipais de educação infantil do município de Maringá**. Curitiba. Dissertação (Mestrado). Pós Graduação em Engenharia. Universidade Federal do Paraná, 2005.

SOARES MELLO, J. C. C. B.; GOMES, E. G.; BIONDI NETO, L.; LINS, M. P. E. **Suavização da fronteira DEA: o caso BCC tridimensional**. In: ASSOCIAÇÃO PORTUGUESA DE DENTEINVESTIGAÇÃO OPERACIONAL, 2004.

SOARES MELLO, J. C. C. B.; GOMES, E. G.; MEZA, L. A.; BIONDI NETO, L. **Curso de Análise de Envoltória de Dados**. In: XXXVII SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 2005.

SOUZA, M. V. P. **Uma abordagem Bayesiana para o cálculo dos custos operacionais eficientes das distribuidoras de energia elétrica**. Rio de Janeiro. 153p. Tese (Doutorado). Engenharia Elétrica. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2008.